

(19)日本国特許庁 (JP)

(12) 公開特許公報 (A)

(11)特許出願公開番号

特開2000-47833

(P2000-47833A)

(43)公開日 平成12年2月18日 (2000.2.18)

(51)Int.Cl. <sup>7</sup>	識別記号	F I	テマコード <sup>8</sup> (参考)
G 0 6 F 3/06	5 4 0	G 0 6 F 3/06	5 4 0
11/10	3 3 0	11/10	3 3 0 Q
G 1 1 B 20/18	5 4 2	G 1 1 B 20/18	5 4 2 Z
	5 7 0		5 7 0 Z
H 0 3 M 13/00		H 0 3 M 13/00	

審査請求 未請求 請求項の数14 OL (全 15 頁)

(21)出願番号 特願平11-135424

(22)出願日 平成11年5月17日 (1999.5.17)

(31)優先権主張番号 09/079757

(32)優先日 平成10年5月15日 (1998.5.15)

(33)優先権主張国 米国 (U.S.)

(71)出願人 591179352

クウォンタム・コーポレイション  
QUANTUM CORPORATION  
アメリカ合衆国、95035 カリフォルニア  
州、ミルピタス、マッカーシー・ブルバ  
ード、500

(72)発明者 リィ・ジィ・ウェン

アメリカ合衆国、01545 マサチューセッ  
ツ州、シュルーズベリー、ブラックデー  
ル・サークル、95

(74)代理人 100064746

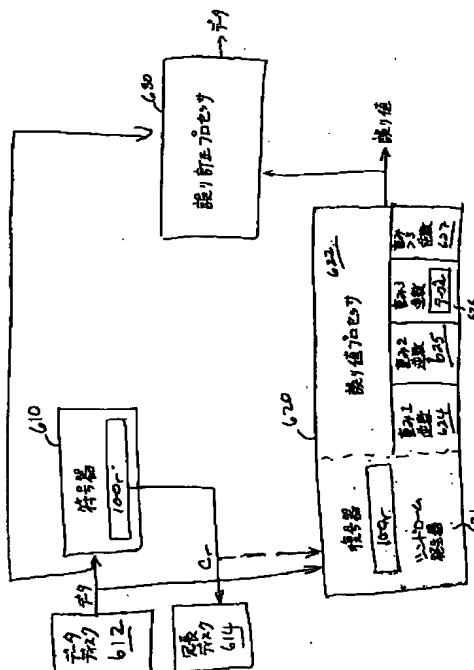
弁理士 深見 久郎 (外3名)

(54)【発明の名称】 符号化のためのシステムおよび復号器

(57)【要約】

【課題】 R A I D - 6 または複数トラックテープシステムのための符号化／復号化システムを提供する。

【解決手段】 R A I D - 6 または複数トラックテープシステムのための符号化／複合化システムは、mについて選択された値の組のうち1つを用いる。m + 1は素数であり、体G F (2<sup>m</sup>) は既約多項式  $g(x) = x^m + x^{m-1} + \dots + x^2 + x + 1$  によって生成される。このシステムは、ガロア体乗算を、循環シフトおよび排他的OR演算の組合せとして行ない、種々の(m + 1)ビットシンボルを2の選択された累乗に累乗することによって重み1、2および3の(m + 1)ビットシンボルの乗法逆元を決定する。このシステムを用いると、mの値を、セクタまたはテープブロックと同じまたはこれよりも大きなものとして選択することができる。



## 【特許請求の範囲】

【請求項1】  $k$  のデータディスクからの  $m$  ビットデータシンボルを符号化して  $r$  の冗長ディスクのための  $m$  ビット冗長シンボルを生成することを、  $k$  のデータディスク各々からの対応するシンボルを符号化することにより行なう、符号化のためのシステムであって、前記システムは、

$$c_y = \alpha^{y*(k-1)} i_{k-1} + \alpha^{y*(k-2)} i_{k-2} + \dots + \alpha^{y*(1)} i_1 + i_0$$

として生成するための符号化手段とを含み、式中  $y = 0, 1, \dots, r-1$  であり、  $i_j$  は  $j$  番目のデータディスクからのデータであり、  $\alpha$  は  $m+1$  を素数とした GF (2 $m$ ) の要素の  $(m+1)$  ビット表現であり、前記手段は各  $c_y$  について、

- (i) 乗算を  $y$  ビット循環シフトとして行なうためのシフトレジスタと、
- (ii) シフトレジスタの内容に次のデータディスクからの対応するデータを加算するための加算器とを備え、前記システムはさらに、
- (C)  $(m+1)$  ビット冗長シンボルを  $m$  ビット冗長シンボルに変換するための変換手段と、
- (D)  $r$  の冗長ディスクの対応するセクタに  $m$  ビット冗長シンボルをストアするための手段とを含む、符号化のためのシステム。

【請求項2】 符号化手段は  $m$  ビットセクタを符号化す

$$c_y = \alpha^{y*(k-1)} i_{k-1} + \alpha^{y*(k-2)} i_{k-2} + \dots + \alpha^{y*(1)} i_1 + i_0$$

として生成するための符号化手段とを含み、式中  $y = 0, 1, \dots, r-1$  であり、  $i_j$  は  $j$  番目のデータトラックからのデータであり、  $\alpha$  は  $m+1$  を素数とした GF (2 $m$ ) の要素の  $(m+1)$  ビット表現であり、前記手段は各  $c_r$  について、

- (i) 乗算を  $y$  ビット循環シフトとして行なうためのシフトレジスタと、
- (ii) シフトレジスタの内容に次のデータトラックからの対応するデータを加算するための加算器とを備え、前記システムはさらに、
- (C)  $(m+1)$  ビット冗長シンボルを  $m$  ビット冗長シンボルに変換するための変換手段と、
- (D)  $m$  ビット冗長シンボルを  $r$  の冗長トラックの対応するブロックにストアするための手段とを含む、符号化のためのシステム。

$$c_y = \alpha^{y*(k-1)} i_{k-1} + \alpha^{y*(k-2)} i_{k-2} + \dots + \alpha^{y*(1)} i_1 + i_0$$

として生成するための復号化手段とを含み、式中  $y = 0, 1, \dots, r-1$  であり、  $i_j$  は  $j$  番目のデータディスクからの誤りのないデータであり、または  $j$  番目のディスクのデータに誤りがあればすべて 0 であり、  $\alpha$  は  $m+1$  を素数とした GF (2 $m$ ) の要素の  $(m+1)$  ビット表現であり、前記手段は各  $c_r$  について、

(i) 乗算を  $y$  ビット循環シフトとして行なうための

- (A)  $k$  のデータディスクの対応するセクタからデータを受取るための手段と、
- (B)  $(m+1)$  ビット冗長シンボルを、以下の式するわち

【数1】

$$c_y = \alpha^{y*(k-1)} i_{k-1} + \alpha^{y*(k-2)} i_{k-2} + \dots + \alpha^{y*(1)} i_1 + i_0$$

※る、請求項1に記載のシステム。

10 【請求項3】 シフトレジスタは、1つのシフトで  $y$  ビット循環シフトの結果を生成するフィードバック経路を含む  $(m+1)$  ビットシフトレジスタである、請求項1に記載のシステム。

【請求項4】  $(k+r)$  トラックテープの  $k$  のトラックからの  $m$  ビットデータシンボルを符号化して  $r$  の冗長トラックのための  $m$  ビット冗長シンボルを生成することを、  $k$  のデータトラック各々からの対応するシンボルを符号化することにより行なう、符号化のためのシステムであって、

20 (A)  $k$  のデータトラックの対応するブロックからデータを受取るための手段と、

- (B)  $(m+1)$  ビット冗長シンボルを、以下の式するわち

【数2】

$$c_y = \alpha^{y*(k-1)} i_{k-1} + \alpha^{y*(k-2)} i_{k-2} + \dots + \alpha^{y*(1)} i_1 + i_0$$

★ 【請求項5】 符号化手段は  $m$  ビットブロックを符号化する、請求項4に記載のシステム。

【請求項6】 シフトレジスタは、1つのシフトにおいて  $y$  ビット循環シフトの結果を生成するフィードバック経路を含む  $(m+1)$  ビットシフトレジスタである、請求項4に記載のシステム。

【請求項7】  $r$  の冗長ディスクの対応するセクタにストアされた冗長シンボルを用いて  $k$  のデータディスクの対応するセクタにおける誤りを訂正するための復号器であって、

- (A)  $k$  のデータディスクからデータを受取るための手段と、
- (B)  $(m+1)$  ビット冗長シンボルを、以下の式するわち

【数3】

$$c_y = \alpha^{y*(k-1)} i_{k-1} + \alpha^{y*(k-2)} i_{k-2} + \dots + \alpha^{y*(1)} i_1 + i_0$$

シフトレジスタと、

- (ii) シフトレジスタの内容に次のデータディスクからのデータを加算するための加算器とを備え、前記復号器はさらに、

(C)  $z$  を誤りのあるデータを含むディスクの数として、シンドローム  $S_j, S_{j+1}, \dots, S_{j+z-1}$  を生成するためのシンドローム発生器を含み、前記シンドローム発生

器は、

$$S_j = (\alpha^j)^{e0} * i'_{e0} + (\alpha^j)^{el} * i'_{el} + \dots + (\alpha^j)^{ez} * i'_{ez}$$

を生成し、式中  $j = 0, 1, \dots, r-1$  であり、  $i'_{ez}$  は  $z$  番目の誤りのあるディスクと関連する誤りパターンであり、  $S_j$  は  $j$  番目の冗長ディスクと関連するシンドロームであり、前記復号器はさらに、

(D) シンドロームと関連する誤り値を決定するための手段を含み、前記手段は、重み 1 の  $(m+1)$  ビットシンボル  $(\alpha^j)^p$  の乗法逆元を  $\alpha^{m+1-jp}$  として決定するための手段を含み、前記復号器はさらに、

(E)  $(m+1)$  ビット誤り値を  $m$  ビット誤り値に変換するための変換手段と、

(F)  $m$  ビット誤り値を用いて誤りのある  $m$  ビットシンボルを訂正するための手段とを含む、復号器。

【請求項 8】 誤り値を決定するための手段はさらに、  $A = \alpha^h + \alpha^v$ 、重み 2 の  $(m+1)$  ビットシンボルの乗法逆元を、  $A^{-1} = (\alpha^{m+1-h}) * \delta^{v-h}$  として決定するための手段を含み、式中  $\delta$  は  $\alpha^{m-1} + \alpha^{m-3} + \dots + \alpha^3 + \alpha^1$  である、請求項 7 に記載の復号器。

【請求項 9】 誤り値を決定するための手段はまた、  $A \approx$

$$c_y = \alpha^{y*(k-1)} i_{k-1} + \alpha^{y*(k-2)} i_{k-2} + \dots + \alpha^{y*(1)} i_1 + i_0$$

として生成するための復号化手段とを含み、式中、  $y = 0, 1, \dots, r-1$  であり、  $i_j$  は  $j$  番目のデータトラックからの誤りのないデータであり、または  $j$  番目のトラックのデータに誤りがあればすべて 0 であり、  $\alpha$  は  $m+1$  を素数とする GF (2 $m$ ) の要素の  $(m+1)$  ビット表現であり、前記手段は各  $c_r$  について、

(i) 乗算を  $r$  ビット循環シフトとして行なうためのシフトレジスタと、

$$S_j = (\alpha^j)^{e0} * i'_{e0} + (\alpha^j)^{el} * i'_{el} + \dots + (\alpha^j)^{ez} * i'_{ez}$$

を生成し、式中  $j = 0, 1, \dots, r-1$  であり、  $i'_{ez}$  は  $z$  番目の誤りのあるトラックに関連する誤りパターンであり、  $S_j$  は  $j$  番目の冗長トラックに関連するシンドロームであり、前記復号器はさらに、

(D) シンドロームに関連する誤り値を決定するための手段を含み、前記手段は重み 1 の  $(m+1)$  ビットシンボル  $(\alpha^j)^p$  の乗法逆元を  $\alpha^{m+1-jp}$  として決定するための手段を含み、前記復号器はさらに、

(E)  $(m+1)$  ビットエラー値を  $m$  ビットエラー値に変換するための変換手段と、

(F)  $m$  ビット誤り値を用いて誤りのある  $m$  ビットシンボルを訂正するための手段とを含む、復号器。

【請求項 12】 誤り値を決定するための手段はさらに、  $A = \alpha^h + \alpha^v$ 、重み 2 の  $(m+1)$  ビットシンボルの乗法逆元を、  $A^{-1} = (\alpha^{m+1-h}) * \delta^{v-h}$  として決定するための手段を含み、式中  $\delta$  は  $\alpha^{m-1} + \alpha^{m-3} + \dots + \alpha^3 + \alpha^1$  である、請求項 11 に記載の復号器。

\* \* 【数 4】

$\approx = \alpha^a + \alpha^b + \alpha^c$ 、重み 3 の  $(m+1)$  ビットシンボルの乗法逆元を  $\alpha^{c*Db-c}$  として決定するための手段を含み、式中  $D$  は  $\alpha^{a'} + \alpha + 1$  の逆数であり、  $a' = (a - c) / (b - c)$  である、請求項 8 に記載の復号器。

【請求項 10】 誤り値を決定するための手段はさらに、  $\dots 1 \dots 0 0 1 1$  の形式の重み 3 の  $(m+1)$  ビットシンボルの乗法逆元の  $(m-1)$  要素テーブルを含み、前記手段はテーブルを投入してシンボル  $D$  を決定する、請求項 9 に記載の復号器。

【請求項 11】  $r$  の冗長トラックの対応するブロックにストアされた冗長シンボルを用いて複数トラックテーブルシステムの  $k$  のデータトラックの対応するブロックにおける誤りを訂正するための復号器であって、

(A)  $k$  のデータトラックからデータを受取るための手段と、  
(B)  $(m+1)$  ビット冗長シンボルを、以下の式すなわち

【数 5】

★ (ii) シフトレジスタの内容に次のデータトラックからのデータを加算するための加算器とを備え、前記復号器はさらに、

(C) シンドローム  $S_j, S_{j+1}, \dots, S_{j+z-1}$  を生成するためのシンドローム発生器を含み、式中  $z$  は誤りのあるデータを含むトラックの数であり、シンドローム発生器は、

【数 6】

【請求項 13】 誤り値を決定するための手段はまた、  $A = \alpha^a + \alpha^b + \alpha^c$ 、重み 3 の  $(m+1)$  ビットシンボルの乗法逆元を  $\alpha^{c*Db-c}$  として決定するための手段を含み、式中  $D$  は  $\alpha^{a'} + \alpha + 1$  の逆数であり、  $a' = (a - c) / (b - c)$  である、請求項 12 に記載の復号器。

【請求項 14】 誤り値を決定するための手段はさらに、  $\dots 1 \dots 0 0 1 1$  の形式の重み 3 の  $(m+1)$  ビットシンボルの乗法逆元の  $(m-1)$  要素テーブルを含み、前記手段はテーブルを投入してシンボル  $D$  を決定する、請求項 9 に記載の復号器。

【発明の詳細な説明】

【0 0 0 1】

【発明の背景】 複数の独立したディスクを備え、冗長データをストアするためにこれらのディスクのうち 2 つ以上を使用するシステムは一般に、 RAID-6 システムと呼ばれており、 RAID は、「廉価または独立ディス

## 5

クの冗長アレイ (redundantarray of inexpensive or independent disks)」の頭字語である。「k」のデータディスクおよび「r」の冗長ディスクを備えるシステムにおいては、rの冗長ディスクに記録されたデータは、kのデータディスクに記録されたデータを操作することにより生成される。典型的には、rの冗長ディスクのデータは、kのデータディスクのデータの誤り訂正符号化の結果である。

【0002】kのデータディスクのデータはデータ符号語の形式を取り、符号語各々がデータシンボルおよび関連する誤り訂正符号（ECC）シンボルを含む。ECCシンボルは、ECCに従い従来の様でデータシンボルを符号化することによって生成される。rの冗長ディスクのセクタは、冗長符号語を含む。この符号語におけるシンボルは、kのデータディスク各々からの対応するシンボルを符号化することによって生成される。この符号化は、kの対応するシンボルの「カラム」の符号化と考えることができる。本明細書において混乱を避けるために、kのシンボルのカラムを符号化するに使用されるECCは、「カラムECC」と呼ぶことにする。典型的には、カラムECCは、kのデータディスクに対するデータ符号語を生成するために使用されるECCと同じではない。

【0003】rの冗長ディスクにストアされたシンボルは、含まれるECCシンボルを用いて訂正できないデータ符号語における誤りを訂正するために使用される。システムは、誤りを訂正するために、カラムECCに従い、誤りのあるデータシンボルを含むカラムを復号化する。

【0004】システムは、冗長ディスクのためのデータを生成するために、kの対応するセクタにストアされたデータをmビットシンボルに分割する。このシステムは次に、カラムECCに従いkのセクタ各々からの対応するmビットシンボルを符号化して、rの対応するmビット冗長シンボル生成する。これらのrのシンボルはそれぞれ、rの冗長ディスク各々の対応するセクタにおいて記録される。

【0005】システムの設計者は、カラムの符号化および復号化に必要な時間を最短にするために、比較的大きなシンボルサイズ、すなわち「m」についての値を選択しようとするものである。こうすると、1セクタ当たりに必要なカラム符号化／復号化動作数が減少する。符号化および復号化動作には、複数のガロア体乗算が必要である。従来のシステムでは、mのサイズが増大するほど、ガロア体乗算の複雑度も大幅に増大する。さらに、各復号化動作は、ガロア体GF(2<sup>m</sup>)の要素の乗法逆元の決定を含む。mが大きい場合、乗法逆元を発見する演算には時間がかかり、かつ／または、大きな、2<sup>m-1</sup>要素の、ルックアップテーブルを必要とするかもしれない。したがって、mの値は、システムの複雑さと符号化

## 6

／復号化に要する全時間との歩み寄りにおいて選択される。

【0006】複数トラックテープシステムのトラックを、RAID-6システムにおいて複数のディスクを使用するのと同じやり方で使用してもよい。したがって、データ符号語はkのトラックにストアされ、関連の冗長シンボルは残りのrのトラックにストアされる。k+rのディスクに対して使用されるのと同じ符号化／復号化技術を、k+rのトラックに対して用いる。このようにして、カラム符号化に際しmビットシンボルのサイズを選択する上で、同じ歩み寄りを行なう。

## 【0007】

【発明の概要】本発明は、mについて選択された値の組のうち1つを使用し、ガロア体乗算を循環シフトおよび排他的OR演算の組合せとして行なう、RAID-6または複数トラックテープシステムのための符号化／復号化システムである。このシステムはまた、以下でより詳細に述べるように、ある乗法逆演算を、本質的には体の種々の要素を2の選択された累乗に累乗することによって決定する。このシステムを用いると、mの値を、システムが実行する乗算または逆演算の複雑性を増すことなく、任意に大きなものとして選択することができる。

【0008】このシステムは、(m+1)ビットシンボルを用い、乗算および逆演算を行なう。m+1は素数である。mの値は、体GF(2<sup>m</sup>)を以下の既約多項式によって生じさせることができるように選択される。

【0009】 $g(x) = x^m + x^{m-1} + \dots + x^2 + x + 1$  GF(2<sup>m</sup>)の2つの要素a(x)およびb(x)の乗算を、循環シフトされた要素b(x)の(m+1)ビット版の排他的ORを取ることによって行なうことができる。さらに、以下で述べるように、重み1、2または3のGF(2<sup>m</sup>)の要素c(x)の乗法逆元を、(m+1)ビット表現を用いて、本質的には体の特定の要素を2の関連の累乗に累乗することによって容易に決定することができる。このように、既知の先行技術のシステムよりも、復号化動作の複雑性は低く、かつ／または要する時間も短い。

【0010】このシステムを用いると、mの値を、たとえばディスクのセクタまたはテープのブロックの大きさになるように選択できる。このようにして、カラム誤り訂正符号化／復号化を、1セクタまたはブロック当り1回行なうことができる。

【0011】本発明についての以下の説明では、添付の図面を参照する。

## 【0012】

【実施例の詳細な説明】本明細書では、kのデータディスクおよびrの冗長ディスクを備えた複数ディスクシステムと関連付けて、本発明について説明を行なう。本発明を、kのデータトラックおよびrの冗長トラックを備える複数トラックテープシステムについて使用すること

もできる。

【0013】従来のRAID-6システムでは、 $k$ のセクタの各々における $i$ 番目の $m$ ビットシンボル、すなはち $i$ 番目のカラムと関連する $r$ の冗長シンボルは、典型\*

$$c_{0i} = i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_{k-1}$$

$$c_{1i} = (\alpha^{1*0}) * i_0 + (\alpha^{1*1}) * i_1 + (\alpha^{1*2}) * i_2 + \dots + (\alpha^{1*(k-1)}) * i_{k-1}$$

$$c_{2i} = (\alpha^{2*0}) * i_0 + (\alpha^{2*1}) * i_1 + (\alpha^{2*2}) * i_2 + \dots + (\alpha^{2*(k-1)}) * i_{k-1}$$

...

$$c_{(r-1)i} = (\alpha^{(r-1)*0}) * i_0 + (\alpha^{(r-1)*1}) * i_1 + (\alpha^{(r-1)*2}) * i_2 + \dots + (\alpha^{(r-1)*(k-1)}) * i_{k-1}$$

【0015】式中、 $c_{(r-1)i}$ は、 $r$ 番目の冗長ディスクの $i$ 番目のカラムに対する冗長シンボルであり、 $i_j$ は、 $j$ 番目のディスクの $i$ 番目のカラムにストアされたシンボルであり、「+」および「\*」は、ガロア体計算および乗算を表わし、「 $\alpha$ 」は $GF(2^m)$ の要素である。このように、各カラムに対し冗長シンボルを生成するために行なわなければならない、複数の、時間の掛かるガロア体乗算がある。

【0016】本発明のシステムは、選択された数の体 $GF(2^m)$ のうち1つを用い、ガロア体乗算を簡素化している。選択された $m$ に対し、 $m+1$ を素数とすると、ガロア体 $GF(2^m)$ を、既約多項式、

$$g(x) = x^m + x^{m-1} + \dots + x^2 + x + 1$$

によって生じさせることができ、要素2は、体 $GF(m+1)$ の原始元である。このような体は、本明細書に引用により援用する、J. K. ウルフ (J. K. Wolf) による、Discrete Mathematics 106/107 (1992) 497-502頁において発表された、「 $m$ のある値に対し $GF(2^m)$ において乗算するための効率的な回路 (Efficient Circuits For Multiplying In  $GF(2^m)$  For Certain Values of  $m$ )」と題された文献において論じられている。以下述べるように、このシステムはこういった体を利用し、 $GF(2^m)$ の原始元が既知であることを必要としない。このことは、より大きな体を用いるときには重要なこととなる。なぜなら、原始元を決定することは困難であり得るからである。 $m < 32987$ の場合の $m$ の値は、図1から3の表に列記されている。

【0017】同時係属中の、「 $GF(2^{w+i})$ のシンボルの $(w+i+1)$ ビット表現を用いた修正リードソロモン誤り訂正システム (MODIFIED REED-SOLOMON ERROR CORRECTION SYSTEM USING  $(w+i+1)$ -bit REPRESENTATION OF SYMBOLS OF  $GF(2^{w+i})$ )」と題された米国特許出願第08/786,894号において述べられているように、 $GF(2^m)$ の要素は、補数である2つの $(m+1)$ ビットシンボル $a(x)$ および $b(x)$ によって表

\*的には以下のようにして生成される。

【0014】

【数7】

現することができる。すなはち、 $a(x) + b(x) = 0$ である。たとえば、 $GF(2^4)$ の要素を2つの5ビットシンボルのいずれかによって表現することができる。

【0018】

【表1】

要素	4ビット表現	5ビット表現
0	0000	00000 または 11111
$\beta^0$	0001	00001 または 11110
$\beta^1$	0011	00011 または 11100
$\beta^2$	0101	00101 または 11010
$\beta^3$	1111	01111 または 10000
...	...	...
$\beta^{14}$	1010	01010 または 10101

【0019】 $m$ ビットシンボルの $(m+1)$ ビット表現は、先行ゼロを追加するかまたは先行1を追加し、残りの $m$ ビットを補足することによって生成される。明らかに、一方の $(m+1)$ ビット表現は、他方の $(m+1)$ ビット表現よりも重み、すなはち1の数が少ない。

【0020】2つの $(m+1)$ ビットシンボルの乗算は、一方のシンボルの循環シフトされたコピーと、他方のシンボルの係数またはビットとの排他的ORを取ることによって行なうことができる。例として $GF(2^4)$ の要素を用いると、2つの要素 $a(x)$ および $b(x)$ の乗算すなはち $a(x) * b(x)$ は、 $a(x) = a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$ 、 $b(x) = b_4 b_3 b_2 b_1 b_0$ の場合以下のようにして行なわれる。

【0021】

【数8】

9

$$\begin{aligned}
 & b_0 * (a_4 a_3 a_2 a_1 a_0) \\
 & + b_1 * (a_3 a_2 a_1 a_0 a_4) \\
 & + b_2 * (a_2 a_1 a_0 a_4 a_3) \\
 & + b_3 * (a_1 a_0 a_4 a_3 a_2) \\
 & + b_4 * (a_0 a_4 a_3 a_2 a_1)
 \end{aligned}$$

【0022】 $b(x)$  の係数がゼロならば、この係数と  $a(x)$  を循環シフトしたものとの積はゼロであり、したがって計算の必要がない。このようにして、乗算を、  
 10  $b(x)$  についての 2 つの  $(m+1)$  ビット表現の重みの低い方を選択することによって簡単にすることができる。実際に、この乗算を、2 つのシンボルの重みの低い方として  $b(x)$  を選択することによってさらに簡単にすることができる。例として、 $b(x) = 00101$  の場合、乗算は、 $a(x) * b(x) = (a_4 a_3 a_2 a_1 a_0) + (a_2 a_1 a_0 a_4 a_3)$  となる。最も簡単な乗算は、1 という 1 つの係数と  $m$  のゼロの値の係数とを有す\*

$$c_{yi} = (\alpha^{y*0}) * i_0 + (\alpha^{y*1}) * i_1 + (\alpha^{y*2}) * i_2 + \dots + (\alpha^{y*(k-1)}) * i_{k-1}$$

【0026】現システムは、好ましくは、少なくともディスクセクタにおけるビット数の大きさの  $m$  の値を用いる。したがって、1 つの符号化動作により、冗長ディスクにおける対応するセクタについてセクタサイズのシンボルが生まれる。要素  $\alpha$  は、 $m-1$  の先行ゼロを有する  $00000\dots10$  として選択される。冗長ディスクの数が  $m+1$  以下であれば、冗長シンボルに対し等式の組において必要な  $\alpha$  の累乗は以下のようになる。乗算は循環シフトである。

【0027】

【数10】

$$\alpha^0 = 000\dots01$$

$$\alpha^1 = 000\dots10$$

$$\alpha^2 = 000\dots100$$

⋮

$$\alpha^m = 100\dots00$$

【0028】次に図 4 を参照すると、 $c_r$  についての等式における  $k$  番目の積は、回路  $100_r$  において、 $k$  番目のディスクの対応するセクタからのデータの  $(m+1)$  ビット表現を  $(m+1)$  ビットシフトレジスタ  $110_r$  に与え、シンボルを左に「 $j$ 」ビットだけ循環シフトすることによって計算される。 $j = r-1, r-2\dots 1, 0$  である。この積を、次に、加算器  $120_r$  において、 $(k-1)$  番目のディスクの対応するシンボルからのデータに加算する。再びシフトレジスタは  $j$  ビットだけシフトされ、 $(k-2)$  番目のディスクの対応するセクタからのデータがシフトレジスタの内容に加算され、以降同様の動作を行ない、 $c_r$  の  $(m+1)$  ビット表現を生成する。

【0029】 $c_0 = i_0 + (\alpha^{0*1}) i_1 + (\alpha^{0*2}) i_2 + \dots + (\alpha^{0*(k-1)}) i_{k-1}$ 

10

\*る  $(m+1)$  ビットシンボル  $b(x)$  を含む。この積はしたがって、 $a(x)$  の  $(m+1)$  ビット表現を循環シフトさせたものとなる。

【0023】この乗算は、 $m$  のサイズが増大しても複雑にならない。したがって、 $m$  を少なくともたとえばセクタのビット数の大きさとして選択することができる。このことは、1 セクタに付き 1 つのカラム符号化動作を行なうことを意味している。

【0024】(1) 符号化上記のように、従来の RAID-6 システムでは、 $k$  のセクタの各々における  $i$  番目の  $m$  ビットシンボルと関連する、すなわち  $i$  番目のカラムと関連する  $r$  の冗長シンボルは、典型的には以下のようにして生成される。式中、 $y = 0, 1\dots, r-1$  である。

【0025】

【数9】

20  $i_{k-1} + (\alpha^{0*(k-1)}) i_{k-2} + \dots + (\alpha^{0*1}) i_1 + i_0$  を生成する回路  $100_0$  について、図 5 においてより詳細に示している。 $k$  番目のディスクのセクタからのデータの  $(m+1)$  ビット表現は、シフトレジスタ  $110_0$  に与えられ、シフトレジスタは  $j = 0$  ビットシフトされる。 $(k-1)$  番目のディスクのセクタ情報の  $(m+1)$  ビット表現は、それぞれのビットを組合せる加算器サブ回路  $1210-121m$  を含む加算器  $120_r$  においてシフトレジスタの内容に加算され、シフトレジスタはしたがって、 $(\alpha^{0*1}) * i_{k-1} + i_{k-2}$  を含む。シフトレジスタを再び  $j = 0$  ビットシフトし、 $(k-2)$  番目のディスクの対応するセクタからのデータの  $(m+1)$  ビット表現を次に、シフトレジスタの内容に加算する。すなわちシフトレジスタは以下を含む。

【0030】

【数11】

$$\alpha^0((\alpha^{0*1})i_{k-1} + i_{k-2}) + i_{k-3}$$

または

$$(\alpha^{0*2})i_{k-1} + (\alpha^0)i_{k-2} + i_{k-3}$$

【0031】シフトレジスタは再び  $j = 0$  ビットシフトされ、 $(k-3)$  番目のディスクの対応するセクタのデータの  $(m+1)$  ビット表現をシフトレジスタの内容に加算する。すなわちレジスタは以下を含む。

【0032】

【数12】

11

$$\alpha^0((\alpha^{0*2})i_{k-1} + (\alpha^{0*1})i_{k-2} + i_{k-3}) + i_{k-4}$$

または

$$(\alpha^{0*3})i_{k-1} + (\alpha^{0*2})i_{k-2} + (\alpha^0)i_{k-3} + i_{k-4}$$

【0033】同様の動作を、残りのデータディスクの対応するセクタからのデータがシフトレジスタに加算されるまで行なう。結果、レジスタは  $(m+1)$  ビット冗長シンボル  $c_0$  を含む。

【0034】冗長シンボル  $c_0$  の  $(m+1)$  ビット表現を次に、変換器 130 において  $m$  ビットシンボルに変換する。変換器 130 は、 $(m+1)$  ビット表現の先頭ビットと残り  $m$  ビットの各々との排他的ORを取る。先頭ビットがゼロであれば、残りの  $m$  ビットは変化なしであり、この演算では先頭ビットを無視した場合と同じ結果が生まれる。先頭ビットが 1 であれば、排他的OR演算は、 $m$  ビットを補足し、先頭ビットは無視される。

【0035】セクタデータの  $(m+1)$  ビット表現は、先頭ゼロビットを追加したセクタの内容である。このようにして、セクタから読出した  $m$  ビットを直接、 $m$  ビットを  $(m+1)$  ビット表現に変換するという別のステップを行なわずに、シフトレジスタの適切なロケーションに与えることができる。

【0036】図 6 に示すように、 $c_1$  を生成するための回路 1001 が同様にシフトレジスタ 1101 および加算器 1201 を含む。 $k$  番目のデータディスクのセクタからのデータをシフトレジスタに与え、レジスタは  $j=1$  ビットシフトされ、 $(k-1)$  番目のディスクの対応するセクタからのデータがシフトレジスタの内容に加算される。 $(k-1)$  番目のシンボルのビット 0 は  $k$  番目のシンボルのビット  $m$  と組合され、 $(k-1)$  番目のシンボルのビット 1 は  $k$  番目のシンボルのビット 0 と組合され、以降同様に行なって、

$$\alpha^j i_{k-1} + i_{k-2}$$

を生成する。次に、シフトレジスタ 1101 の内容を  $j=1$  ビットシフトし、 $(k-2)$  番目のデータディスクの対応するセクタからのデータをシフトレジスタの内容に加算して以下を生成する。

【0037】

【数 13】

$$\alpha^j(\alpha^j i_{k-1} + i_{k-2}) + i_{k-3}$$

または

$$(\alpha^{j*2})i_{k-1} + (\alpha^{j*1})i_{k-2} + i_{k-3}$$

【0038】以降同様に行なう。 $k$  のディスクすべてからのデータをシフトレジスタに加算した後、内容は変換器 130 に与えられる。変換器は  $(m+1)$  ビットシンボルを  $m$  ビットシンボル  $c_1$  に変換する。

【0039】 $j > 1$  に対するシフトレジスタ 110

12

$j$  は、1 つのクロックサイクルにおいて  $j$  ビットシフトを行なうように設定されたフィードバック経路を有してもよい。こうして、単一のシフト演算により適切なビット操作を行なってシフトレジスタ内容を  $\alpha^j$  で乗算する。このようにして、冗長シンボル  $c_0 \cdots c_{r-1}$  を、同数のクロックサイクルで並行して生成することができる。

【0040】次に図 7 を参照して、 $c_2$  を生成するための回路は、1 クロックサイクルで 2 ビット循環シフトの結果を生成するようにされたフィードバック経路を備えたシフトレジスタ 1102 を含む。シフトレジスタ 1102 は、ビット  $m$  をロケーション 112 $m$  からロケーション 1121 に与え、ロケーション 112 $m-1$  のビット  $m-1$  をロケーション 1120 に与え、残りのビット  $m-2, \dots, 0$  それぞれをロケーション 112 $m-2, \dots, 1120$  からロケーション 112 $m, \dots, 1121$  に与える。 $(k-1)$  番目のディスクの対応するセクタからのビットを次にシフトレジスタの内容に加算し、 $(k-1)$  番目のセクタのビット 0 が  $k$  番目のセクタのビット  $m-1$  と組合され、 $(k-1)$  番目のセクタのビット 1 が  $k$  番目のセクタのビット  $m$  と組合され、 $(k-1)$  番目のセクタのビット 2 が  $k$  番目のセクタのビット 0 と組合され、以降同様に行なわれるようになる。したがって、シフトレジスタは

$$\alpha^j i_{k-1} + i_{k-2}$$

を含み、 $j = 2$  である。次にシフトレジスタの内容を適切にフィードバックして内容を  $\alpha^j$  で乗算する。これは、 $(m+1)$  ビット内容を左に  $j$  ビットだけ循環シフトするのと同じである。 $(k-2)$  番目のデータディスクの対応するセクタからのデータもまたレジスタに加算し、すべてのデータディスクの対応するセクタからのデータがレジスタに加算されるまで同様に行なう。次にシフトレジスタの内容を、 $m$  ビット冗長シンボル  $c_2$  を生成する変換器 130 に与える。

【0041】好ましくは、 $c_3, c_4, \dots, c_r$  に対する回路は、上記のように单一クロックサイクルで適切な  $j$  ビットシフトを生じさせるフィードバック経路と同様に構成される。

【0042】(2) 複号化

上記のように、このシステムは、検出されたがデータ符号語における ECC シンボルを用いて訂正することができない誤りを訂正する。したがって、誤りのロケーションはわかっている。以下で図 8 を参照してより詳細に述べるように、現システムを用いて 1 つまたは複数の誤りを訂正することには、一般的に、重み 1、2 または 3 の要素の逆数を発見することが含まれる。

【0043】重み 1 の GF(2 $m$ ) 要素、すなわち 1 つの非ゼロ係数を有する要素は、1 つの 1 および  $m$  の 0、または 1 つの 0 および  $m$  の 1 を含む  $(m+1)$  ビット表現に相当する。 $i$  番目のビットで 1 つの 1 である係数を有する要素  $\alpha^i = 000 \cdots 01 \cdots 00$  について、乗法逆

13

元  $\alpha^{-i}$  は、  $\alpha^i$  で乗算されたときに  $\alpha^0 = 1$  を生成する要素である。

【0044】シンボル  $\alpha^0$  は  $(m+1)$  ビットシンボル  $\alpha^{m+1}$  と同じである。  $(m+1)$  ビット表現を用いると、  $\alpha^i$  の乗法逆元は、  $\alpha^i$  の  $i$  番目の係数を  $(m+1)$  番目の位置に循環シフトする要素である。したがって逆数は  $\alpha^{m+1-i}$  である。  $m=4$  の場合、シンボル  $\alpha^2 = 00100$  は、  $\alpha^{5-2} = \alpha^3$  の乗法逆元を有する。したがって、  $\alpha^{2*}\alpha^3 = \alpha^5 = \alpha^0$  である。3ビットを左に循環シフトすることによって  $\alpha^2$  を  $\alpha^3$  で乗算することができる。

【0045】重み2の要素すなわち2つの1の係数および  $m-1$  の0の係数を備える要素に対し、乗法逆元は、  $0000\dots0011 = \alpha^1 + \alpha^0$  の逆数から決定される。このシンボルの乗法逆元は、  $0101\dots1010 : 0000\dots0011 * 0101\dots1010 = 0101\dots1010 + 1010\dots0100 = 1111\dots1110$  または  $0000\dots0001$  である。したがって逆数は、シンボル  $\alpha^{m-1} + \alpha^{m-3} + \alpha^{m-5} + \dots + \alpha^3 + \alpha^1$  であり、このシンボルを  $\delta$  と定める

$$\delta * (\alpha^1 + \alpha^0) = \alpha^0$$

が得られる。

【0046】和  $\alpha^1 + \alpha^0$  を2の累乗に累乗すると以下が生成される。

【0047】

【数14】

$$(\alpha^1 + \alpha^0)^{2^0} = \alpha^{2^0} + \alpha^0 = \alpha^1 + \alpha^0$$

$$(\alpha^1 + \alpha^0)^{2^1} = \alpha^{2^1} + \alpha^0 = \alpha^2 + \alpha^0$$

$$(\alpha^1 + \alpha^0)^{2^2} = \alpha^{2^2} + \alpha^0 = \alpha^4 + \alpha^0$$

...

$$(\alpha^1 + \alpha^0)^{2^m} = \alpha^{2^m} + \alpha^0 = \alpha^{2^m} + \alpha^0$$

$$\sigma^{-1} = [\alpha^0 + \alpha^{v-h}]^{-1}$$

または

$$\delta^{v-h} = \alpha^{1*(v-h)} + \alpha^{3*(v-h)} + \dots + \alpha^{(m-3)*(v-h)} + \alpha^{(m-1)*(v-h)}$$

$$A^{-1} = (\alpha^h * \sigma)^{-1} = (\alpha^h)^{-1} * \sigma^{-1}$$

【0054】要素  $\alpha^h$  は重み1を有するため以下のようにになる。

【0055】

【数18】

$$A^{-1} = (\alpha^{m+1-h}) * \delta^{v-h}$$

【0056】量  $\delta^{v-h}$  は置換として計算され、積は置換されたビットを  $(m+1-h)$  ビット左に循環シフトさせたものである。

【0057】 $m=4$ 、  $A = 10100$  または  $\alpha^2 + \alpha^4$ 、

【0048】2をGF( $m+1$ )の原始元とすると、  $2^{i \bmod (m+1)}$  は1と  $m$ との間の何らかの値となり得る。したがって、いかなる要素  $\alpha^1 + \alpha^0$  も、  $(\alpha^1 + \alpha^0)^t$  として表わすことができ、この  $t$  は  $0 \leq t \leq m$  の何らかの値について  $2^n$  である。  $(\alpha^1 + \alpha^0)^t$  の逆数は以下のようになる。

【0049】

【数15】

$$[(\alpha^1 + \alpha^0)^t]^{-1} = [\alpha^1 + \alpha^0]^{t*(-1)} = \delta^t$$

または

$$(\alpha^{m-1})^t + \dots + (\alpha^3)^t + (\alpha^1)^t$$

【0050】式中、指数はモジュロ  $m+1$  である。  $(m+1)$  ビットシンボルを用いると、  $\delta$  を2の累乗に累乗することは、  $(m+1)$  ビットシンボルのビットの置換として行なわれる。  $i$  番目のビットの係数すなわち累乗  $t = 2^n$  に累乗した  $\delta$  の  $x^i$  は以下のとおりである。

【0051】

【数16】

$$X^{(2^n * i) \bmod m+1}$$

【0052】何らかの重み2の要素  $A = \alpha^h + \alpha^v$ 、  $h < v$  の逆数を決定するために、このシステムは、  $\alpha^{h*}\sigma = A$  の  $\sigma = \alpha^0 + \alpha^{v-h}$  を用いる。したがって  $\sigma$  の逆数は以下のようになる。

【0053】

【数17】

$h = 2$ 、および  $v = 4$  の場合の例は以下のようになる。

【0058】

【数19】

15

$$\sigma = \alpha^0 + \alpha^{(4-2)} = \alpha^0 + \alpha^2$$

$$\sigma^{-1} = \delta^2$$

または

$$\alpha^{1*2} + \alpha^{3*2} = \alpha^2 + \alpha^{6(\bmod 5)} = \alpha^2 + \alpha^1$$

$$A^{-1} = (\alpha^{5-2}) * (\alpha^2 + \alpha^1) =$$

$$\alpha^3 * (\alpha^2 + \alpha^1) =$$

$$\alpha^0 + \alpha^4 = 10001$$

【0059】次に挙げるのはこれを検査するための乗法逆元である。

$$A * A^{-1} = 10100 * 10001 =$$

$$10100 + 01010 = 11110 = 00001$$

重み3の要素について、このシステムは000...000111, 000...0010111, 000...010011, (以降同様) の形式の要素の逆数の(m-1)要素ルックアップテーブルを用いる。何らかの重み3の要素Aの逆数を発見するために(A =  $\alpha^a + \alpha^b + \alpha^c$ かつ  $a > b > c$ )、このシステムは最初にAを、 $\alpha^{-c}$ すなわち  $\alpha^{(m+1)-c}$  で乗算し、以下を形成する。

【0060】

【数20】

$$A * \alpha^{-c} = \alpha^{a'} + \alpha^{b'} + 1 = \gamma$$

$$a' = a - c$$

$$b' = b - c$$

【0061】これは以下と同じである。

【0062】

【数21】

$$\gamma = (\alpha^{a''} + \alpha^b + 1)^{b'}$$

$$a'' * b' = a' \quad \text{または} \quad a'' = \frac{a'}{b'} \pmod{m+1}$$

【0063】次に、 $\alpha^{a'} + \alpha^b + 1$  の逆数をルックアップテーブルから検索する。この逆数は要素Dであり、 $\gamma$  の逆数は  $D^{b'}$  である。Aの逆数はしたがって以下のとおりとなる。

【0064】

【数22】

$$\alpha^c * D^{b'} =$$

$$\alpha^c * D^{b-c}$$

【0065】式中  $D^{b-c}$  は置換として計算され、 $\alpha^c$  による乗算は循環シフトである。

(3) システム

次に図8を参照して、符号器610は、kのデータディスク612からの対応するセクタを符号化して、rの冗長ディスク614に記録するためにrの冗長セクタを生

成する。この符号器は図4-7を参照して先に述べた回路100rを用いて、冗長シンボル  $c_0, c_1, \dots, c_{r-1}$  を生成する。

【0066】復号器620および誤り訂正プロセッサ630は、kのデータディスクにストアされたデータにおける誤りを訂正する。この誤りは、データディスクにストアされたECCシンボルを用いて従来のやり方で検出される。

【0067】復号器620は、誤りのないmビットセクタの  $(m+1)$  ビット表現を用い、誤りのあるセクタについては  $m+1$  のゼロを用いてカラムを復号化する。したがって誤りのあるセクタはカラム復号化については読み出されない。qの誤りのあるセクタがあるならば ( $q$  は1つ以上の冗長セクタを含み得る)、このシステムは  $q$  の1次方程式の組を解いて誤りのある情報を回復する。

【0068】この復号器は回路100rを用いて冗長シンボル  $C_r$  を以下のようにして  $c'_r$  として再生する。

【0069】

【数23】

$$c'_r = i'_0 + (\alpha^{r+1})i'_1 + \dots + \alpha^{r+k-1}i'_{k-1}$$

【0070】式中、何らかの  $i = 0, 1, \dots, k-1$  に対する  $i'_i$  は、 $i$  番目のデータディスクから読み出した誤りのないデータであり、もしデータが誤りを含んでいればすべて0である。復号器は、シンドローム発生器621において従来の態様で、誤りのない冗長ディスクに応するシンドローム  $S_j$ 、 $j = 0, 1 \dots r-1$  を生成する。

【0071】1つの誤りを訂正するためのシンドロームは、

$$S_j = (\alpha^j)^p * i'_p$$

であり、 $i'_p$  は、 $p$  番目のディスクと関連する誤りパターンである。誤りの値は、

$$i'_p = S_j * (\alpha^{jp})^{-1}$$

を解く、誤り値プロセッサ622によって回復される。

$\alpha^j$  の重みは1であるので、上記のように、 $\alpha^{jp}$  の重みは1であり  $(\alpha^{jp})^{-1}$  は  $(\alpha^{m+1-jp})$  である。プロセッサはこのようにして容易に、重み1のサブプロセッサ624を用いて乗法逆元を決定し、逆数を循環シフトとして  $S_j$  で乗算する。

【0072】二重の誤りを訂正するためのシンドロームは以下のとおりである。

【0073】

【数24】

$$S_j = (\alpha^j)^p * i'_p + (\alpha^j)^q i'_q$$

$$S_{j+1} = (\alpha^{j+1})^p * i'_p + (\alpha^{j+1})^q i'_q$$

【0074】式中  $i'_q$  は  $q$  番目のディスクと関連する誤りパターンである。誤りの値はしたがって以下のよう

にして決定される。

【0075】

【数25】

$$i' p = \frac{(S_j * (\alpha^{j+1})^q) + (S_{j+1} * (\alpha^j)^q)}{[(\alpha^j)^p * (\alpha^{j+1})^q] + [(\alpha^{j+1})^p * (\alpha^{j+1})^q]}$$

$$i' q = \frac{(S_j * (\alpha^{j+1})^p) + (S_{j+1} * (\alpha^j)^q)}{[(\alpha^j)^p * (\alpha^{j+1})^q] + [(\alpha^{j+1})^p * (\alpha^{j+1})^q]}$$

$$D = \begin{vmatrix} \alpha^{j*c_0} & \alpha^{j*c_1} & \dots & \alpha^{j*c_z} \\ \alpha^{(j+1)*c_0} & \alpha^{(j+1)*c_1} & \dots & \alpha^{(j+1)*c_z} \\ \vdots & & & \\ \alpha^{(j+z)*c_0} & \alpha^{(j+z)*c_1} & \dots & \alpha^{(j+z)*c_z} \end{vmatrix}$$

または

$$D = J * \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \alpha^{c_0} & \alpha^{c_1} & \dots & \alpha^{c_z} \\ \vdots & & & \\ \alpha^{z*c_0} & \alpha^{z*c_1} & \dots & \alpha^{z*c_z} \end{vmatrix} = JV$$

式中

$$J = [(\alpha^{j*c_0}) * (\alpha^{j*c_1}) * \dots * (\alpha^{j*c_z})]$$

であり、Vは既知のヴァンデルモンドの行列式。

【0079】ヴァンデルモンドの行列式の値は、すべての  $e_0 \leq a \leq e_{z-1}$  および  $e_1 \leq b \leq e_z$  について以下の項の積に等しい。

【0080】

【数27】

$$(\alpha^{e_a} + \alpha^{e_b})$$

$$J * (\alpha^{e_0} + \alpha^{e_1}) * (\alpha^{e_0} + \alpha^{e_2}) * \dots * (\alpha^{e_{z-1}} + \alpha^{e_z})$$

【0083】因子Jは、重み1のアルファの累乗の連続の積であり、Jはしたがって、重み1のアルファの累乗である。Jの逆数は、 $\alpha^{m+1-j}$ として容易に決定することができる。ヴァンデルモンドの行列式の因子は各々重み2であり、その逆数は上記のように重み2のサブプロセッサ625を用いて容易に決定される。

【0084】行列式JVは、 $D e t_j / JV$ によって決定される誤りの値を解くために用いられる分母である。この $D e t_j$ は、j番目のカラムを適切なシンドロームで置き換えた行列式Dである。したがって $D e t_j$ は項

$$(\alpha^a + \alpha^b) * S_j$$

の和に等しく、各積は、 $S_j$ を循環シフトさせたもの2

40 つの和として計算される。

【0085】zの連続するシンドロームを生成するのに十分な数の連続した誤りのない冗長ディスクがなければ、分母における行列式はヴァンデルモンドの行列式ではない。生成される因子はしたがって、2よりも大きな重みを有する。重み3の因子については、重み3のサブプロセッサ626が上記のように逆数を決定する。3よりも大きな重みを有する項については、重み>3のサブプロセッサ627がユークリッドの互除法を用いて反復的に  $a(x) * b(x) + q(x) * (x^m + x^{m+1} + \dots + x + 1)$  を解く。b(x)は逆数である。

50 【0086】代わりに、このシステムは、カラムECC

【0076】分母は、 $\alpha$ の累乗の2つの積の和、すなわち  $\alpha^a + \alpha^b$  である。この和の重みは、もし  $a = b$  であれば0であり、もし  $a \neq b$  であれば2である。重み2の分母については、 $\alpha^a + \alpha^b$  の逆数は上記のように、重み2のサブプロセッサ625を用いて容易に決定することができる。

【0077】システムは、3つ以上の誤りを訂正するために、連続冗長ディスクに対応するシンドロームを用いる。式の組を解くために、システムは以下の行列式の逆数を決定する。

【0078】

【数26】

19

について非原始のリードソロモン符号を用いてもよく、カラム符号器および復号器はしたがって、本明細書に引用により援用する、FettweisおよびHassnerによる、

「ハードウェアの複雑性が低い複合リードソロモン符号器およびシンドローム発生器 (A Combined Reed-Solomon Encoder and Syndrome Generator With Small Hardware Complexity)」、(Proceeding of the 1992 IEEE International Symposium On Circuits and Systems, San Diego, California, May 10-13 1993, pp. 1871-1874)において述べられているように、ハードウェアを共有することができる。たとえば、符号器および復号器は、乗算器、シフトレジスタおよび加算器を共有しても\*

$$S_j = i'_0 + (\alpha^{j*1})i'_1 + \dots + (\alpha^{j*k+r-2})i'_{k+r-2}(\alpha^{j*k+r-1})i_{k+r-1}$$

$$j = 0, 1, \dots, t$$

【0089】いかなる数の誤り  $z \leq r$  についても、常に  $r$  の連続するシンドロームが利用できる。実際に、最初の  $z$  のシンドロームを使用することができる。誤りの値を解くために逆数が必要とされる行列式はしたがってヴァンデルモンドの行列式である。したがって上記のように、行列式の逆数は容易に、各々が重み 2 を有する、因子  $\alpha^a + \alpha^b$  の逆数をともに乗算することによって発見される。誤りの値を決定するための計算は本質的には、いかなる数の誤りについても同じである。こうして、システムは容易に  $r$  の誤りまで、重みが 2 よりも大きな何らかの要素の逆数を発見せずとも、訂正することができる。

【0090】上記のシステムは、 $m$  ビットシンボルのカラムを  $(m+1)$  シンボルとして符号化し、 $m$  はディスクセクタまたはテープブロックにおけるビット数と同じまたはこれよりも大きなものとして選択することができる。カラム符号化についての既知の先行技術のシステムでは、このような大きな  $m$  ビットシンボルの使用は、必要なガロア体乗算器、および  $G F (2^m)$  における乗法逆元を発見するための回路が複雑なために本質的に禁じられている。このシステムはこうした演算を簡単にしており、したがって本質的に任意の大きな値の  $m$  を使用することができる。上記のように、 $m$  の値は、必要に応じてより大きな  $m$  の値を含むように拡張できる、図 1 から 3 の表から選択される。

【0091】上記の説明は、本発明の特定的な実施例に限定されている。しかしながら、循環シフト演算を行な

20

\*よい。非原始のリードソロモン符号を用いるならば、最大で全ディスクは  $m$  であり、すなわち  $k + r \leq m$  である。

【0087】非原始のリードソロモン符号は、 $t + 1$  の連続する根を有する生成多項式

$$g(x) = (x + \alpha^0)(x + \alpha^1) \dots (x + \alpha^t)$$

を有する。非原始のリードソロモン符号については、シンドロームは、単にデータディスクではなくディスクすべてからの検索されたシンボルに基づき決定される。したがってこのシンドロームは、以下のようになる。

【0088】

【数 29】

10

うシフトレジスタの種々の構成の使用、ソフトウェア、ハードウェアまたはファームウェアにおいて種々の演算を行なうこと、または種々の単一目的のプロセッサを 1 つ以上の多重目的プロセッサに組合せることなどの変形および修正を本発明に施し、その利点のいくつかまたはすべてを得ることができることが明らかであろう。したがって、前掲の請求項の目的は、本発明の精神および範囲内のこうしたすべての変形および修正を網羅することである。

【図面の簡単な説明】

【図 1】  $m$  の選択された値の表の図である。

【図 2】 図 1 に続く表の図である。

【図 3】 図 2 に続く表の図である。

20

【図 4】 冗長シンボル  $c_r$  を生成するための回路の機能ブロック図である。

【図 5】 冗長シンボル  $c_0$  生成するための回路の機能ブロック図である。

【図 6】 冗長シンボル  $c_1$  を生成するための回路の機能ブロック図である。

【図 7】 冗長シンボル  $c_2$  を生成するための好ましい回路の機能ブロック図である。

【図 8】 図 4 から 7 の回路を組んだ符号化／復号化システムの機能ブロック図である。

【符号の説明】

610 符号器

620 復号器

630 誤り訂正プロセッサ

40

【図 1】

既約多項式  $x^m + x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x^3 + x^2 + x + 1$  について  
 47 (2<sup>m</sup>) に 1773 通りの組合せ

2	4	10	12	18	28	36	52	58	60
66	82	100	106	130	138	148	162	172	178
180	196	210	226	268	292	316	346	348	372
378	388	418	420	442	460	466	490	508	522
540	546	556	562	586	612	618	652	658	660
676	700	708	756	772	786	796	820	826	828
852	858	876	882	906	940	946	1018	1060	1090
1108	1116	1122	1170	1186	1212	1228	1236	1258	1276
1282	1290	1300	1306	1372	1380	1426	1450	1452	1482
1492	1498	1522	1530	1548	1570	1618	1620	1636	1666
1668	1692	1732	1740	1746	1786	1860	1866	1876	1900
1906	1930	1948	1972	1978	1986	1996	2026	2028	2052
2068	2082	2098	2130	2140	2212	2220	2236	2242	2266
2268	2292	2308	2332	2338	2356	2370	2388	2436	2458
2466	2476	2530	2538	2548	2556	2578	2620	2658	2676
2682	2692	2698	2706	2740	2788	2796	2802	2818	2836
2842	2850	2860	2908	2938	2956	2962	3010	3018	3036
3066	3082	3186	3202	3252	3298	3306	3322	3346	3370
3412	3460	3466	3468	3490	3498	3516	3532	3538	3546
3556	3570	3580	3612	3636	3642	3658	3676	3690	3700
3708	3732	3778	3796	3802	3850	3852	3876	3906	3916
3923	3930	3946	3988	4002	4012	4018	4020	4090	4092
4098	4132	4138	4156	4218	4228	4242	4252	4286	4290
4282	4348	4356	4362	4372	4396	4450	4482	4492	4506
4516	4546	4602	4620	4636	4690	4722	4786	4788	4812
4876	4932	4956	4972	4986	5002	5010	5050	5058	5076
5098	5106	5146	5170	5178	5188	5226	5260	5308	5322
5386	5442	5476	5482	5500	5506	5556	5562	5572	5630
5658	5682	5692	5700	5716	5740	5748	5778	5812	5826
5842	5850	5868	5922	5938	5986	6010	6028	6052	6066
6100	6130	6172	6196	6202	6210	6228	6268	6276	6298
6316	6322	6372	6378	6388	6396	6468	6490	6546	6618
6536	6652	6658	6690	6700	6708	6732	6762	6778	6780
6802	6826	6828	6868	6882	6898	6906	6916	6946	6948
6970	7012	7018	7026	7042	7058	7108	7186	7210	7218
7228	7236	7242	7252	7282	7306	7330	7348	7410	7450
7458	7476	7498	7506	7516	7522	7540	7546	7548	7572
7588	7602	7620	7642	7668	7690	7716	7756	7788	7828
7852	7876	7882	7900	7906	7932	7948	8052	8068	8092
8116	8122	8146	8170	8178	8218	8220	8236	8242	8268
8290	8292	8362	8386	8428	8442	8466	8338	8362	8372
8396	8626	8668	8676	8692	8698	8730	8740	8746	8802

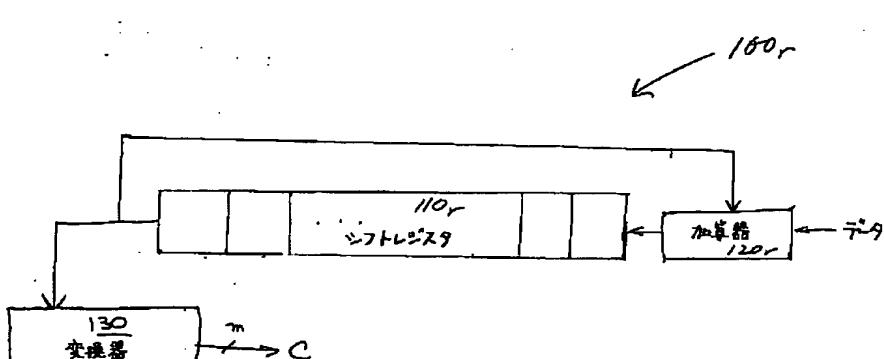
(図2は続く)

【図 2】

8818	8820	8836	8860	8866	8922	8932	8962	8970	9010
9028	9058	9172	9180	9202	9220	9226	9232	9292	9322
9340	9348	9370	9396	9418	9420	9436	9466	9490	9532
9538	9546	9586	9612	9618	9628	9642	9660	9676	9732
9748	9802	9850	9858	9982	9996	9922	9940	9948	
10036	10066	10080	10092	10098	10132	10138	10140	10162	
10180	10252	10258	10266	10300	10330	10356	10426	10458	10476
10498	10500	10588	10612	10666	10690	10708	10722	10732	10788
10835	10852	10858	10860	10886	10890	10968	10948	10972	
10978	10986	11007	11026	11068	11082	11092	11130	11170	11196
11212	11260	11316	11436	11482	11548	11578	11586	11620	
11676	11698	11716	11778	11812	11820	11836	11866	11908	
11932	11938	11980	11986	12010	12042	12106	12148	12156	12196
12202	12210	12226	12250	12252	12268	12276	12300	12322	12346
12372	12378	12412	12436	12490	12538	12546	12588	12610	12612
12618	12636	12652	12658	12730	12756	12762	12780	12820	12828
12898	12906	12916	12922	12940	12978	13036	13042	13108	13146
13162	13186	13228	13290	13330	13338	13396	13410	13450	13463
13476	13522	13612	13618	13626	13690	13708	13722	13756	13762
13828	13858	13876	13882	13900	13930	13932	13996	14010	
14050	14106	14172	14220	14242	14340	14386	14388	14410	14418
14460	14532	14548	14556	14620	14626	14628	14652	14668	14698
14716	14722	14740	14746	14770	14796	14812	14820	14826	14842
14850	14865	14868	14890	14922	14938	14946	14956	15012	15052
15060	15076	15082	15090	15100	15106	15130	15138	15148	15172
15186	15226	15258	15268	15290	15330	15348	15372	15412	15426
15442	15460	15580	15628	15660	15666	15682	15730	15738	15748
15772	15785	15796	15802	15858	15906	15922	15970	16066	16088
16138	16186	16188	16228	16252	16300	16332	16338	16348	16362
16380	16420	16426	16432	16476	16492	16546	16572	16602	16618
16650	16692	16746	16762	16784	16828	16842	16882	16900	16930
16962	16978	16980	17010	17020	17026	17052	17076	17092	17098
17122	17188	17202	17298	17316	17332	17386	17388	17442	17476
17482	17508	17572	17578	17596	17626	17668	17746	17748	17788
17826	17836	17850	17890	17908	17922	17938	17956	17980	17988
18012	18042	18058	18076	18148	18180	18228	18250	18268	18412
18426	18442	18460	18492	18586	18636	18700	18730	18748	18756
18772	18786	18858	18868	18916	18946	18972	18978	19012	
19036	19050	19068	19138	19140	19156	19162	19180	19218	19236
19258	19300	19332	19372	19386	19402	19426	19468	19482	
19500	19506	19540	19570	19596	19602	19660	19708	19716	19738
19762	19812	19832	19866	19890	19948	19962	19972	19978	19996
20028	20050	20106	20116	20122	20148	20172	20218	20260	20268
20322	20340	20356	20442	20476	20506	20508	20532	20548	20610
20626	20692	20716	20730	20748	20770	20772	20788	20898	20938
20962	20980	21010	21012	21018	21058	21066	21100	21106	21138

(図3は続く)

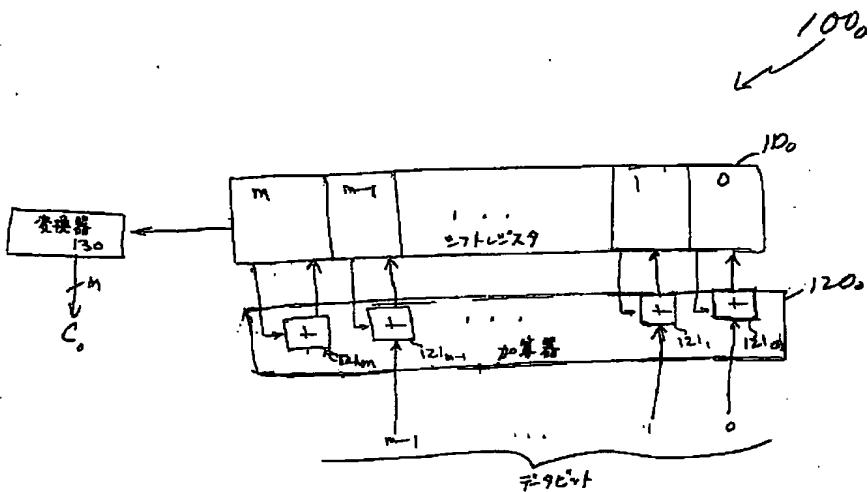
【図 4】



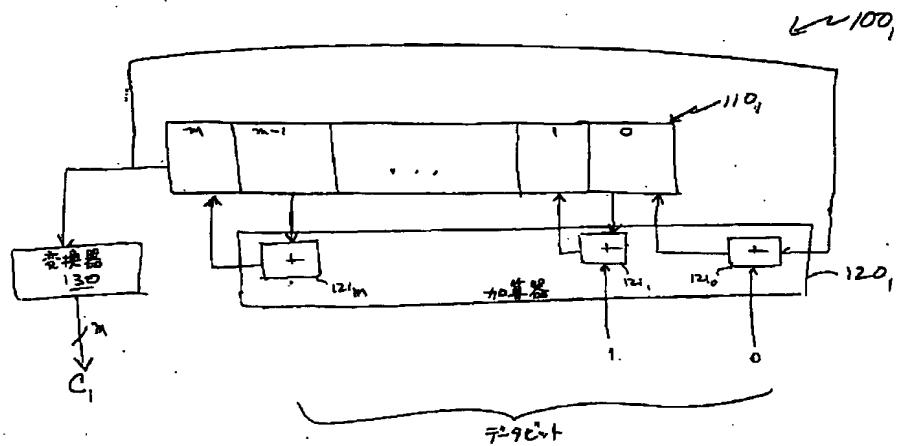
【図3】

21156 21162 21178 21186 21210 21220 21226 21268 21316 21340  
 21345 21378 21396 21418 21466 21490 21492 21522 21556 21562  
 21585 21588 21610 21612 21660 21682 21700 21738 21772 21802  
 21820 21858 21892 22002 22012 22036 22066 22090 22108 22122  
 22132 22156 22170 22188 22228 22258 22276 22282 22306 22348  
 22390 22468 22482 22500 22530 22548 22612 22618 22620 22636  
 22642 22668 22690 22708 22716 22738 22786 22852 22858 22860  
 22876 22900 22972 23002 23020 23026 23028 23052 23098 23116  
 23188 23196 23250 23332 23338 23356 23370 23458 23508 23530  
 23538 23548 23562 23602 23626 23628 23666 23740 23746 23788  
 23818 23818 23826 23865 23898 23908 23916 23956 24018 24028  
 24042 24076 24082 24106 24108 24178 24196 24202 24228 24316  
 24370 24378 24412 24418 24442 24498 24508 24532 24546 24658  
 24676 24682 24690 24708 24732 24748 24762 24780 24820 24850  
 24858 24906 24916 24922 24970 24978 24988 25012 25036 25146  
 25162 25188 25218 25228 25236 25242 25252 25306 25348 25356  
 25372 25452 25468 25522 25540 25578 25588 25602 25642 25666  
 25692 25716 25732 25746 25770 25866 25930 25932 25996 26002  
 26020 26052 26098 26106 26140 26170 26184 26236 26250 26260  
 26266 26308 26338 26356 26386 26458 26500 26538 26556 26572  
 26596 26626 26668 26682 26692 26698 26716 26722 26812 26820  
 26860 26946 26986 27010 27042 27058 27060 27066 27076 27090  
 27106 27178 27196 27232 27258 27298 27396 27436 27508 27538  
 27580 27610 27652 27700 27732 27772 27778 27802 27826 27850  
 27892 27900 27916 27940 27946 28018 28026 28050 28098 28108  
 28121 28162 28180 28210 28228 28276 28282 28306 28308 28348  
 28386 28410 28428 28476 28492 28498 28516 28540 28546 28548  
 28570 28572 28578 28596 28602 28618 28642 28660 28722 28770  
 28812 28836 28842 28858 28908 28932 28948 28978 29020 29026  
 29058 29076 29100 29122 29130 29146 29172 29220 29242 29250  
 29332 29338 29362 29386 29388 29410 29424 29436 29442 29452  
 29482 29500 29530 29572 29584 29668 29716 29722 29740 29788  
 29936 29950 29966 29916 29988 30010 30012 30028 30058 30108  
 30138 30180 30196 30202 30210 30252 30292 30306 30322 30340  
 30346 30388 30466 30468 30490 30508 30516 30538 30556 30636  
 30642 30660 30676 30704 30762 30780 30802 30828 30850 30852  
 30858 30868 30892 30930 30940 30970 31012 31018 31068 31090  
 31138 31146 31180 31252 31258 31266 31276 31306 31356 31378  
 31386 31396 31458 31516 31530 31546 31642 31666 31698 31858  
 31882 31890 31906 31958 31962 31972 32002 32026 32028 32058  
 32068 32076 32082 32098 32116 32140 32188 32202 32212 32236  
 32260 32308 32322 32340 32362 32370 32380 32410 32442 32466  
 32490 32506 32530 32532 32562 32572 32586 32602 32652 32692  
 32716 32748 32770 32788 32796 32842 32908 32916 32932 32938  
 32940 32986

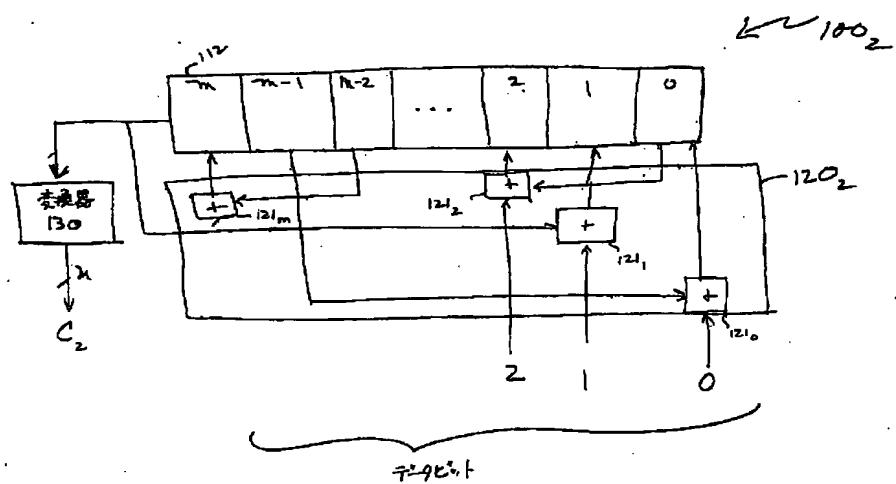
【図5】



【図6】



【図7】



【図8】

